

ÔN TẬP CHỦ ĐỀ PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH (tiếp theo)

Câu 31. Gọi là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2 = 0$ (m là tham số). Tìm m để biểu thức $P = x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $m = \frac{1}{2}$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = -12$.

Lời giải.

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - (m^2 + 2) = 2m - 1$.

Phương trình có hai nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{1}{2}$ (*).

Theo định lý Viet, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m + 2 \\ x_1 \cdot x_2 = m^2 + 2. \end{cases}$

Khi đó $P = x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2) - 6 = m^2 + 2 - 2(2m + 2) - 6 = m^2 - 4m - 8 = (m - 2)^2 - 12 \geq -12$.

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $m = 2$ thỏa (*).

Vậy $m = 2$.

Chọn đáp án **C** □

Câu 32. Tổng nghiệm bé nhất và lớn nhất của phương trình $|x+1| + |3x-3| = |4-2x|$ là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải.

Ta có

$$\begin{aligned} |x+1| + |3x-3| &= |4-2x| \\ \Leftrightarrow (|x+1| + |3x-3|)^2 &= (4-2x)^2 \\ \Leftrightarrow 10x^2 - 16x + 10 + 2|3x^2 - 3| &= 16 - 16x + 4x^2 \\ \Leftrightarrow 6|x^2 - 1| &= 6 - 6x^2 \\ \Leftrightarrow |x^2 - 1| &= 1 - x^2 \\ \Leftrightarrow 1 - x^2 &\geq 0 \\ \Leftrightarrow -1 &\leq x \leq 1. \end{aligned}$$

Vậy tổng nghiệm lớn nhất và bé nhất bằng 0.

Chọn đáp án **A** □

Câu 33. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $x^2 + \sqrt{x+1} = 1$ là

- A. 1. B. $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$. C. $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$. D. $1 - \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải.

Đặt $t = \sqrt{x+1}$ với $t \geq 0$. Ta có: $t^2 = x+1$

Phương trình trở thành

$$(t^2 - 1)^2 + t = 1 \Leftrightarrow t(t-1)(t^2 + t - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t-1=0 \\ t^2+t-1=0 \\ t=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=1 \text{ (nhận)} \\ t=\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \text{ (nhận)} \\ t=\frac{-1-\sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \\ t=0 \text{ (nhận)} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x=-1. \end{cases}$$

Tổng các nghiệm của phương trình

$$S = -1 + 0 + \frac{1-\sqrt{5}}{2} = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

Câu 34. Tích các nghiệm của phương trình $x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3x + 7$ là

A. -4.

B. 2.

C. -3.

D. 1.

Lời giải.

$$x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3x + 7 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 5 + \sqrt{x^2 - 3x + 5} - 12 = 0.$$

$$\text{Đặt } t = \sqrt{x^2 - 3x + 5}, t \geq 0. \text{ Phương trình trở thành } t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 3 \\ t = -4 \end{cases}.$$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow t = 3$.

$$t = 3 \Rightarrow \sqrt{x^2 - 3x + 5} = 3 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}.$$

Vậy tích các nghiệm của phương trình là -4.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 35. Cho hệ phương trình $\begin{cases} x + y = m + 1 \\ x^2 + y^2 + xy = m^2 + 2 \end{cases}$. Tìm m để hệ phương trình có nghiệm?

A. $m \geq 1$.B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$.C. $m \leq 5$.D. $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 5 \end{cases}$.

Lời giải.

$$\text{Đặt } \begin{cases} x + y = S \\ xy = P. \end{cases}$$

$$\text{Khi đó hệ phương trình đã cho trở thành } \begin{cases} S = m + 1 \\ S^2 - P = m^2 + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = m + 1 \\ P = 2m - 1. \end{cases}$$

Suy ra x, y là nghiệm của phương trình $X^2 - (m + 1)X + (2m - 1) = 0$.

Nên để hệ phương trình đã cho có nghiệm thì $S^2 - 4P \geq 0$ hay $\begin{cases} m \leq 1 \\ m \geq 5 \end{cases}$.

Chọn đáp án **(D)**

□

Câu 36. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

A. 39.000.

B. 43.000.

C. 40.000.

D. 42.000.

Lời giải.

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng).

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng x (nghìn đồng) thì số xe khăn bán ra giảm $100x$ chiếc. Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là $3000 - 100x$ chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là $12 + x$ (nghìn đồng). Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là

$$f(x) = (3000 - 100x)(12 + x) \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số $f(x) = (3000 - 100x)(12 + x)$ trên $(0; +\infty)$.

$$\text{Ta có } f(x) = -100x^2 + 1800x + 36000 = -100(x - 9)^2 + 44100 \leq 44100.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = 9$.

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9.000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39.000 đồng.

Chọn đáp án **(A)**

□

Câu 37. Phương trình $\frac{x^4 - 6x^2 + 4}{x^2} = \left| \frac{x^2 - 2}{x} \right|$ có

A. 1 nghiệm.

B. 2 nghiệm.

C. 3 nghiệm.

D. 4 nghiệm.

Lời giải.

Điều kiện $x \neq 0$.

$$\text{Đặt } t = \left| \frac{x^2 - 2}{x} \right|, t \geq 0. \text{ Phương trình trở thành } t^2 - t - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}.$$

Với $t = 2$ ta có $\left| \frac{x^2 - 2}{x} \right| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \pm \sqrt{3} \\ x = 1 \pm \sqrt{3} \end{cases}$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = -1 \pm \sqrt{3}$ và $x = 1 \pm \sqrt{3}$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 38. Cho biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình

$$2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2m + 1 = 0$$

có nghiệm là $S = \left[-\frac{a}{b}; +\infty\right)$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b$.

A. $T = 13$.

B. $T = 17$.

C. $T = 49$.

D. $T = 3$.

Lời giải.

Điều kiện xác định $x \neq 0$.

$$\text{Đặt } t = x + \frac{1}{x} \Rightarrow t^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2} \geq 2 \Rightarrow |t| \geq 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t \geq 2 \\ t \leq -2 \end{cases}.$$

Phương trình đã cho trở thành $2(t^2 - 2) - 3t - 2m + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 3t - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 - 3t - 3 = 2m$ (1).

Xét hàm số $y = f(t) = 2t^2 - 3t - 3$ có bảng biến thiên

t	$-\infty$	-2	$\frac{3}{4}$	2	$+\infty$
y	$+\infty$				$+\infty$
			11	-1	
			$-\frac{33}{8}$		

(1) có nghiệm t thỏa $\begin{cases} t \geq 2 \\ t \leq -2 \end{cases}$ khi $\begin{cases} 2m \geq -1 \\ 2m \geq 11 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2} \Rightarrow S = \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Vậy $T = 3$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 39. Phương trình $10x^2 + 3x + 1 = (6x + 1)\sqrt{x^2 + 3}$ (*) có hai nghiệm $x = a$ và $x = \frac{\sqrt{b} + c}{d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ và $0 < d < 5$. Tính $S = a + b + c + d$.

A. $S = 15$.

B. $S = 12$.

C. $S = 7$.

D. $S = 9$.

Lời giải.

Đặt $u = 6x + 1, v = \sqrt{x^2 + 3}$.

$$\text{Ta có } 10x^2 + 3x + 1 = \frac{1}{4}(6x + 1)^2 + (x^2 + 3) - \frac{9}{4} = \frac{u^2}{4} + v^2 - \frac{9}{4}.$$

$$\text{Thay vào (*) ta được: } \frac{1}{4}u^2 + v^2 - \frac{9}{4} = uv \Leftrightarrow (u - 2v)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} u - 2v = 3 \\ u - 2v = -3 \end{cases}.$$

— Với $u - 2v = 3$, ta có

$$6x + 1 - 2\sqrt{x^2 + 3} = 3 \Leftrightarrow 3x - 1 = \sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 \geq 0 \\ (3x - 1)^2 = x^2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

— Với $u - 2v = -3$, ta có:

$$6x + 1 - 2\sqrt{x^2 + 3} = -3 \Leftrightarrow 3x + 2 = \sqrt{x^2 + 3} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 \geq 0 \\ (3x + 2)^2 = x^2 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{7} - 3}{4}.$$

Vậy $a = 1, b = 7, c = -3, d = 4 \Rightarrow S = 9$.

Chọn đáp án **D** □

Câu 40. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1} = 6$. Số phần tử của S là

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải.

Phương trình $x^2 - 5x + m = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt khi

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1x_2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 25 - 4m > 0 \\ m > 0 \\ 5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{25}{4} \quad (*)$$

Ta có

$$\begin{aligned} (\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2})^2 &= x_1 + x_2 + 2\sqrt{x_1x_2} = 5 + 2\sqrt{m} \\ \Rightarrow \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} &= \sqrt{5 + 2\sqrt{m}}. \end{aligned}$$

Mà

$$\begin{aligned} x_1\sqrt{x_2} + x_2\sqrt{x_1} &= 6 \\ \Leftrightarrow \sqrt{x_1x_2}(\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}) &= 6 \\ \Leftrightarrow \sqrt{m} \cdot \sqrt{5 + 2\sqrt{m}} &= 6 \\ \Leftrightarrow 5m + 2m\sqrt{m} - 36 &= 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Đặt $t = \sqrt{m} \geq 0$, khi đó phương trình (1) trở thành

$$2t^3 + 5t^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow (t - 2)(2t^2 + 9t + 18) = 0 \Leftrightarrow t = 2.$$

Với $t = 2$ suy ra $\sqrt{m} = 2 \Leftrightarrow m = 4$ (thỏa mãn $(*)$)

Vậy S có 1 phần tử.

Chọn đáp án **B** □

ĐÁP ÁN

31. C	32. A	33. C	34. A	35. D	36. A	37. D	38. D	39. D	40. B
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------